

**Тезисы доклада**

Начало формы

1. **НАЗВАНИЕ ДОКЛАДА:**

(на русском языке) – **Постановка параметризованной ограниченной задачи рассеяния**

(на английском языке) **Formulation of the particular scattering problem.**

1. **АВТОРЫ:**

 (на русском языке) – Ефлов Э.В.

(на английском языке) – Eflov E.V.

1. **ОРГАНИЗАЦИЯ (полное наименование, без аббревиатур):**

(на русском языке) – Петрозаводский государственный университет

(на английском языке) – Petrozavodsk State University

1. **ГОРОД:**

(на русском языке) – Петрозаводск

(на английском языке) – Petrozavodsk

1. **ТЕЛЕФОН: +7 (8142) – 71-49-13**
2. **ФАКС:**
3. **E-MAIL: elmer.eflov@yandex.ru**
4. **АННОТАЦИЯ**:

(на русском языке) – Сформулирована общая постановка ограниченной задачи рассеяния.

(на английском языке) – A general statement of the particular scattering problem.

1. **КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА**:

(на русском языке) – задача рассеяния, параметризация.

(на английском языке) – scattering problem, parametrization.

1. **ТЕКСТ ТЕЗИСОВ ДОКЛАДА:**

Актуальность задачи определяется необходимостью развития методов решения классической задачи рассеяния n-тел, а также анализом крупномасштабной структуры вселенной. Обе задачи достаточно хорошо известны, но остается большое количество нерешенных конкретных задач, в частности для практического обеспечения метеоритной и астероидной безопасности. Также требуют развития и собственно математические методы как функционального анализа [1], разделом которого является задача рассеяния, так, например, и общая теория обыкновенных дифференциальных уравнений, теория особенностей дифференцируемых отображений [2] и т.д.

Значимость задачи также определяется задачами и в смежных приложениях, например, при создании неискажающих каналов для передачи сигнала в оптических информационных системах (оптические волноводы), при конструировании вычислительной техники на оптической элементной базе. В расширенной постановке данный подход может быть использован, например, в классической задаче рассеяния систем гравитирующих тел или оценок характеристик заряженных пучков, в квантовой задаче рассеяния.

Можно сказать несколько слов о предыстории этой задачи и состоянии задачи в целом. Исходно возрождение интереса к задаче построения эквидистант волновых фронтов, нахождению и классификации особенностей эквидистант, связано с работами Рене Тома [3], а также с работами Арнольда В.И. в которых, со слов автора [2], выяснилось, что особенностями эвольвент Гюйгенса управляет теория групп. Тогда же и была предложена групповая классификация особенностей основанная на группах Вейля, которая для классов простых плоских кривых без края была в основном завершена в 1984 году. Дальнейшая классификация для кривых более высоких порядков затруднена тем, что до сих пор не решена расширенная 16-я проблема Гильберта, связанная с классификацией кривых — взаимного расположения овалов вещественных алгебраических кривых степени n , и в начальной стадии изучения находится аналогичный вопрос для алгебраических поверхностей, даже для пространств малой размерности. Последняя задача не входит в проблему Гильберта и была сформулирована существенно позже.

Исследования поиска особенностей и их классификации для волновых фронтов и для различных параметрически представимых начальных условий и для различных гладких кривых были последние годы поддержаны грантами РФФИ под руководством Седых В.Д., в 1994-2010 годах, грантами INTAS 1995-2008 и т.д., что подчеркивает постоянный интерес к этой задаче научного сообщества. Некоторые результаты для особенностей волновых фронтов параметризованных на кривых до 6-го прядкаполученывработахСедыхВ.Д.(по состоянию на февраль 2016 года; см., например, [4]–[6]). Автором также получены некоторые результаты для особенностей волновых фронтов в пространствах малой размерности для алгебраических поверхностей малой степени. Состояние классифицирующей теории на 2011 год отражено в обзорной работе [7] и ряде более поздних работ Полотковского и, например, в обзорной работе [8], некоторые аспекты состояния изложены в достаточно популярной форме в книге [9].

Ограниченная задача рассеяния имеет малую размерность k. Для выбранных переменных и параметров задачи k < 21. Также следует отметить, что в данной постановке задача до некоторой степени нестандартна по отношению к классической теории дифференциальных уравнений, т.к. в ней существенна параметризация бесконечного множества обыкновенных дифференциальных уравнений и задачи Коши для них, и именно задание параметризаций начальных условий или некоторых параметров самих дифференциальных уравнений, которая и будет отвечать за нетривиальность геометрии решений. Теория особенностей распространения волновых фронтов (эквидистант или эвольвент Гюйгенса) также классифицируется как теория лагранжевых особенностей на фазовом пространстве (расширенном конфигурационном

пространстве) [2].

В рамках данной постановки также можно рассмотреть другую задачу, которая исходно была сформулирована Зельдовичем Я.Б. при попытке объяснения крупномасштабной структуры вселенной. При надлежащем выборе масштаба наблюдаемая Вселенная заполнена “нитями” — структурами похожими на особенности волновых фронтов.

Однако до последнего времени устойчивость особенностей получаемых в такой модели не получила полноценного объяснения. Относительно недавно (2012 г.) была предложена модификация уравнения Зельдовича включением феноменологической вязкости, которая привела его уравнению типа Бюргерса с малым параметром. Это уравнение в ряде случаев удалось решить, продемонстрировав сохранение особенностей на большом интервале времен [29]. Однако подход, рассмотренный в работе [29] в большей степени можно считать феноменологическим, хотя и достаточно эффективным. Важно, что в наблюдательной картине Вселенной крупномасштабная нитевидная структура устойчива на протяжении многих миллиардов лет.

Поэтому ниже мы предлагаем подход, который возможно может объяснить существование таких особенностей и такой структуры из исходных принципов. На данном этапе исследования мы изучаем ограниченную задачу рассеяния в достаточно общем представлении, а именно будем считать, что на фазовом многообразии (или на расширенном конфигурационном пространстве, в другой терминологии [2]), определяемом условиями задачи, задана однопараметрическая группа $g^{t}$, так что $g^{t+s}=g^{t}g^{s}$, а также $g^{-t}=\left(g^{t}\right)^{-1}$, преобразующая начальные условия, заданные параметрически, в конечное состояние системы.

В данном случае это означает, например, для двумерного случая, что начальные значения заданы на кривой, и на этой же кривой заданы вектора скорости распространения, которые для волновых фронтов оптического излучения можно положить, без нарушения общности, единичными нормалями к параметризованной кривой начальных положений.

Мы предлагаем другой подход для решения этой задачи, который основан на решении задачи Коши для динамической системы обыкновенных дифференциальных уравнений, в соответствии с известной аналогией, которая базируется на идентичности задачи распространения лучей и движения частиц в подходяще подобранном потенциальном поле.

Таким образом, исходная задача приведена к бесконечномерной системе обыкновенных дифференциальных уравнений, параметризованных $τ \in D$, где $D$ не обязательно односвязная область в R. Задача о распространении фронта виртуальных невзаимодействующих частиц исходно сформулирована на этом языке. Теперь несложно записать семейства решений для координатного представления лучей или траекторий частиц.

Некоторые предварительные результаты, полученные на основе данного подхода, изложены в работе [11].

Список литературы.

1. Рид М. Методы современной математической физики: Т.3 Теория рассеяния/М. Рид, Б Саймон --- М.: Мир, 1982 --- 443с.

2. Арнольд В.И. Математические методы классической и небесной механики. Динамические системы -- 3, Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат. Фундам. направления, 3 ``Математические аспекты классической и небесной механики''/В. И. Арнольд, В. В. Козлов, А. И. Нейштадт --- М.: ВИНИТИ, 1985. --- С.5–290.

3. Том Р. Структурная устойчивость и морфогенез/Р. Том --- М.: Логос, 2002. --- 288~с.

4. В. Д. Седых, Разрешение особенностей коранга 1 фронта общего положения, Функц. анализ и его прил., 2003, том 37, выпуск 2, 52–64.

5. В. Д. Седых, О топологии волновых фронтов в пространствах небольших размерностей, Изв. РАН. Сер. матем., 76:2 (2012), 171-214.

6. В. Д. Седых, О топологии устойчивых лагранжевых отображений с особенностями типов A и D, Изв. РАН. Сер. матем., 79:3 (2015), 159-202.

7. Полотовский, Г.М. Топология вещественных алгебраических кривых: история и результаты // Г.М. Полотовский. Историко-математические исследования. Вторая серия. – 2011.– Вып. 14(49). С.177-212.

8. Электроный ресурс: Llibre J. Hilbert's 16th problem. When variational principles meet differential systems/Jaume Llibre, Pablo Pedregal arXiv:1411.6814 Режим доступа: <http://arxiv.org/abs/1411.6814v2>

9. Fuchs D., Tabachnikov S. Mathematical Omnibus. - CA, Department of Mathematics, University of California, Davis. 2007, - 465 p.

10. Гурбатов С. Н. Крупномасштабная структура Вселенной. Приближение Зельдовича и модель слипания//С. Н. Гурбатов, А. И. Саичев, С.Ф. Шандарин --- УФН, т.182? 2012 - С. 233-261.

11. Ефлов Э.В. Ограниченная задача рассеяния и методы ее решения дис. ...магистра математики. Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск, 2016.